

## Trigonometrische Funktionen

$F(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
$-\ln(\cos(x))$	$\tan(x)$	$\cos(x)^{-2}$
$\ln(\sin(x))$	$\cot(x)$	$-\sin(x)^2$
$\cosh(x)$	$\sinh(x)$	$\cosh(x)$
$\ln(\cosh(x))$	$\tanh(x)$	$\cosh(x)^{-2}$
$\ln(\sinh(x))$	$\coth(x)$	$-\sinh(x)^{-2}$
$\frac{a^x}{\ln(a)}$	$a^x$	$a^x \ln(a)$
$\frac{x \ln(x) - x}{\ln(a)}$	$\log_a(x)$	$\frac{1}{x \ln(a)}$
$x \arcsin(x) + \sqrt{1-x^2}$	$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \arccos(x) - \sqrt{1-x^2}$	$\arccos(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \arctan(x) - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$	$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$
$x \operatorname{arccot}(x) + \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$	$\operatorname{arccot}(x)$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$x \operatorname{arsinh}(x) - \sqrt{x^2+1}$	$\operatorname{arsinh}(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$x \operatorname{arcosh}(x) - \sqrt{x^2-1}$	$\operatorname{arcosh}(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$x \operatorname{artanh}(x) + \frac{1}{2} \ln(1-x^2)$	$\operatorname{artanh}(x)$	$\frac{1}{1-x^2}$
$x \operatorname{arcoth}(x) + \frac{1}{2} \ln(x^2-1)$	$\operatorname{arcoth}(x)$	$\frac{1}{1-x^2}$

$$\sin(x) = \frac{1}{2i} (\exp(ix) - \exp(-ix))$$

$$\cos(x) = \frac{1}{2} (\exp(ix) + \exp(-ix))$$

$$\sinh(x) = \frac{1}{2} (\exp(x) - \exp(-x))$$

$$\cosh(x) = \frac{1}{2} (\exp(x) + \exp(-x))$$

$$\operatorname{arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$$

$$\operatorname{arcosh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$$

$$\operatorname{artanh}(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$\sin(x) = -i \sinh(ix) \quad \sinh(x) = -i \sin(ix)$$

$$\cos(x) = \cosh(ix) \quad \cosh(x) = \cos(ix)$$

$$\tan(x) = -i \tanh(ix) \quad \tanh(x) = -i \tan(ix)$$

$$\cot(x) = i \coth(ix) \quad \coth(x) = i \cot(ix)$$

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)}$$

$$\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a)$$

$$\sin(3a) = 3 \sin(a) - 4 \sin(a)^3$$

$$\cos(2a) = 2 \cos(a)^2 - 1$$

$$\cos(3a) = 4 \cos(a)^3 - 3 \cos(a)$$

$$\tan(2a) = \frac{2 \tan(a)}{1-\tan(a)^2}$$

$$\tan(3a) = \frac{3 \tan(a) - \tan(a)^3}{1-3 \tan(a)^2}$$

$$\sin(a) + \cos(a) = \sqrt{2} \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin(a)^2 + \cos(a)^2 = 1$$

$$\tan(a) + \cot(a) = \frac{2}{\sin(2a)}$$

$$\sin(\arccos(x)) = \cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1-x^2}$$

$$\sin(a) + \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\sin(a) \sin(b) = \frac{1}{2} \cos(a-b) - \frac{1}{2} \cos(a+b)$$

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos(a) \sin(b) = \frac{1}{2} \sin(a+b) - \frac{1}{2} \sin(a-b)$$

$$\cos(a) - \cos(b) = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} \cos(a+b) + \frac{1}{2} \cos(a-b)$$

$$\tan(a) + \tan(b) = \frac{\sin(a+b)}{\cos(a)\cos(b)}$$

$$\tan(a) \tan(b) = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{\cos(a-b) + \cos(a+b)} = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{\cot(a) + \cot(b)}$$

## Meßgenauigkeit

Mittelwert  $\bar{\mathbf{X}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_i$  Standardabweichung  $\operatorname{std}(\mathbf{X}) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})^2}$

**Fehlerfortpflanzung** ( $\mathbf{X}_i$  stochastisch unabhängig)

$$\operatorname{var}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_1) = \mathbf{A} \cdot \operatorname{var}(\mathbf{X}_1) \cdot \mathbf{A}^T$$

$$\operatorname{var}(\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2) = \operatorname{var}(\mathbf{X}_1) + \operatorname{var}(\mathbf{X}_2)$$

$$\operatorname{var}(\mathbf{X}_1 \cdot \mathbf{X}_2) = \mathbf{X}_1 \cdot \operatorname{var}(\mathbf{X}_2) \cdot \mathbf{X}_1^T + \mathbf{X}_2^T \cdot \operatorname{var}(\mathbf{X}_1) \cdot \mathbf{X}_2$$

$$\operatorname{var}\left(\frac{X_1}{X_2}\right) = \frac{\operatorname{var}(X_1)}{X_2^2} + \frac{\operatorname{var}(X_2) X_1^2}{X_2^4}$$

$$\operatorname{var}(\sqrt{X_1}) = \frac{\operatorname{var}(X_1)}{4X_1}$$

$$\operatorname{var}(X_1^a) = a^2 \operatorname{var}(X_1) X_1^{2a-2}$$

## Naturkonstanten

Eulersche Zahl	$e^x$	$= 2,718\ 281\ 828\ 459\ 045\ 235\ 360\ 287\ 471\ 352 \dots^x = \lim_{a \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{a}\right)^a = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$	
Pi	$\pi$	$= 3,141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 643\ 383\ 279 \dots = \sqrt{6 \sum_{k=1}^{\infty} k^{-2}} \approx \frac{22}{7}$	
Plancksches Wirkungsquantum	$h$	$= 6,626\ 069\ 57\ (29) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	
Elementardrehimpuls	$\hbar$	$= 1,054\ 571\ 726\ (47) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	$= h(2\pi)^{-1}$
Vakuumlichtgeschwindigkeit	$c_0$	$= 2,997\ 924\ 58 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$	$= (\epsilon_0 \mu_0)^{-\frac{1}{2}}$
Elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0$	$= 8,854\ 187\ 817\ 62 \dots \cdot 10^{-12} \text{ As (Vm)}^{-1}$	$= \mu_0^{-1} c_0^{-2}$
Magnetische Feldkonstante/Permeabilität	$\mu_0$	$= 1,256\ 637\ 061\ 44 \dots \cdot 10^{-6} \text{ Vs (Am)}^{-1}$	$= 4\pi 10^{-7} \text{ Vs (Am)}^{-1}$
Elementarladung	$e$	$= 1,602\ 176\ 565\ (35) \cdot 10^{-19} \text{ C}$	
Elektronenmasse	$m_e$	$= 9,109\ 382\ 91\ (40) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	
Protonenmasse	$m_p$	$= 1,672\ 621\ 777\ (74) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$\approx 1836 m_e$
Neutronenmasse	$m_n$	$= 1,674\ 927\ 351\ (74) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$\approx 1839 m_e$
Avogadrokonstante	$N_A$	$= 6,022\ 141\ 29\ (27) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	
Atomare Masseneinheit	$u$	$= 1,660\ 538\ 921\ (73) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$= (N_A \text{ mol})^{-1} \text{ g}$
Boltzmannkonstante	$k$	$= 1,380\ 648\ 8\ (13) \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$	$= R N_A^{-1}$
Molare Gaskonstante	$R$	$= 8,314\ 462\ 1\ (75) \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$= k N_A$
Molvolumen	$V_m$	$= 2,241\ 396\ 8\ (20) \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$	$= R T_0 p_0^{-1}$
Normaltemperatur	$T_0$	$= 2,731\ 5 \cdot 10^2 \text{ K}$	$= 0^\circ \text{C}$
Normaldruck	$p_0$	$= 1,013\ 25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	
Gravitationskonstante	$G$	$= 6,673\ 84\ (80) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	
Normerdfallbeschleunigung	$g$	$= 9,806\ 65 \text{ ms}^{-2}$	
Wiensche Konstante	$b$	$= 2,897\ 772\ 1\ (26) \cdot 10^{-3} \text{ Km}$	
Faradaykonstante	$F$	$= 9,648\ 533\ 65\ (21) \cdot 10^4 \text{ C mol}^{-1}$	$= N_A e$
Loschmidt-Konstante	$N_L$	$= 2,686\ 780\ 5\ (24) \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$	$= N_A V_m^{-1}$
Elektronenvolt	$eV$	$= 1,602\ 176\ 565\ (35) \cdot 10^{-19} \text{ J}$	$= e \text{ JC}^{-1}$
Bohrscher Atomradius	$r_n$	$= 5,291\ 772\ 109\ 2\ (17) \cdot 10^{-11} \text{ m} \cdot n^2 Z^{-1}$	$= h^2 \epsilon_0 (\pi m_e e^2)^{-1} \cdot n Z^{-1}$
Energie bei $r_1$	$E_n$	$= 2,179\ 872\ 171\ (96) \cdot 10^{-18} \text{ J} \cdot Z^2 n^{-2}$	$= R_y h c \cdot Z^2 n^{-2}$
Rydbergkonstante	$R_y$	$= 1,097\ 373\ 156\ 853\ 9\ (55) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$	$= \frac{1}{2} \frac{m_e}{h c} \left( \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \hbar} \right)$
Atomdurchmesser	$d_a$	$\approx 10^{-10} \text{ m}$	
Atomkerndurchmesser	$d_k$	$\approx 10^{-14,5} \text{ m}$	
Erdmasse	$M_E$	$\approx 5,973\ 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	